

Energiebilanzmodell der Erde

veröffentlicht im Internet unter aufgabomat.de

Inhalte: Emissionsspektrum der Sonne, spezifische Ausstrahlung, Schwarzer Körper, Solarkonstante, Albedo, Wiensches Verschiebungsgesetz, Stefan-Boltzmann-Gesetz, Kirchhoffsches Strahlungsgesetz, Treibhauseffekt

Gliederung:

1	Einführung	1
2	Berechnungen	1
2.1	Welche Leistung strahlt die Sonne ab?	1
2.2	Welche Leistung wird auf die Erde eingestrahlt?	3
2.3	Welche Leistung wird durch die Erde absorbiert?	3
2.4	Auf welche Temperatur erwärmt sich die Erdoberfläche?	3
3	Modellvalidierung	4

1 Einführung

Die Oberflächentemperatur der Erde wird in erster Linie davon bestimmt, was mit der Energie geschieht, die von der Sonne her in Form elektromagnetischer Wellen auf die Erde eingestrahlt wird. Die einfachste Variante eines Klimamodells ist daher ein Energiebilanzmodell, in dem berücksichtigt wird, wieviel der eingestrahnten Energie die Erde absorbiert und wieviel Energie sie selbst emittiert.

Die folgenden Daten werden benötigt:

- Intensitätsverteilung der von der Sonne emittierten Strahlung
- Sonnenradius $r_{\text{sol}} = 695\,700\text{ km}$
- mittlerer Abstand der Erde von der Sonne $r_{\text{AE}} = 149\,600\,000\text{ km}$
- Reflexionsgrad (Albedo) der Erde $\rho = 0,3$.

2 Berechnungen

2.1 Welche Leistung strahlt die Sonne ab?

Satellitengestützte Messungen erlauben es, die Intensitätsverteilung der von der Sonne emittierten Strahlung zu bestimmen (Abbildung 1, 'extraterrestrische Sonnenstrahlung'). Das Intensitätsmaximum liegt bei einer Wellenlänge λ_{max} von rund $500\text{ nm} = 0,50\text{ }\mu\text{m}$. Aus dieser Beobachtung lässt sich auf die Temperatur T der sichtbaren Sonnenoberfläche schließen. Nach dem **Wienschen Verschiebungsgesetz** ist

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2\,898\text{ }\mu\text{m K}}{T} . \tag{1}$$

Die Temperatur der sichtbaren Sonnenoberfläche beträgt demnach

$$T_{\text{sol}} = \frac{2\,898\ \mu\text{m K}}{0,50\ \mu\text{m}} \\ = 5\,800\ \text{K.}$$

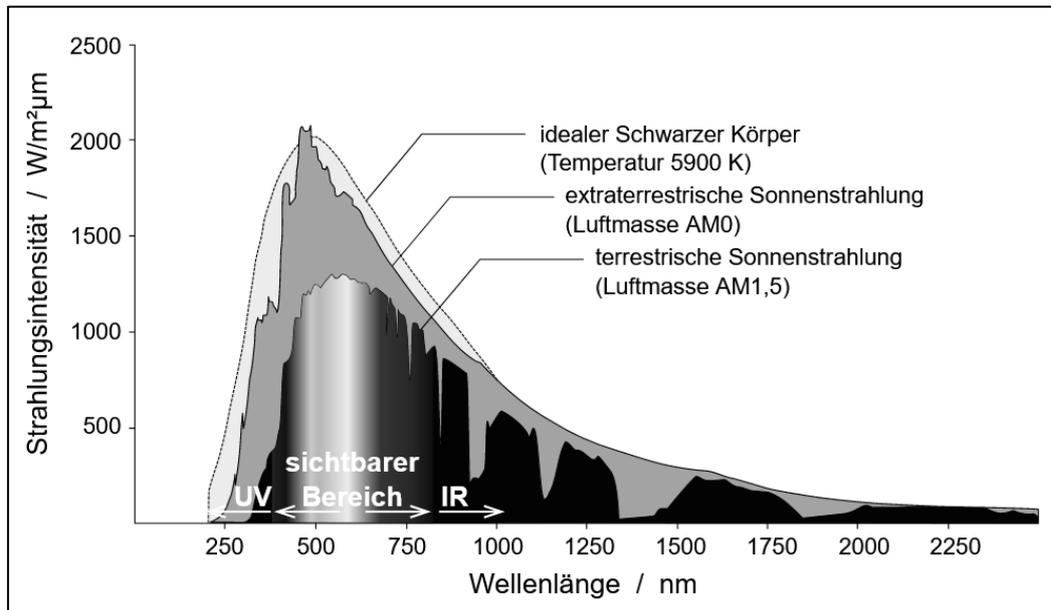


Abbildung 1: Intensitätsverteilung der von der Sonne emittierten Strahlung¹.

Im nächsten Schritt lässt sich aus der Oberflächentemperatur die insgesamt von der Sonne abgestrahlte Leistung berechnen. Zuerst wird die **spezifische Ausstrahlung** der Sonne bestimmt, die ausgestrahlte Leistung pro Flächeneinheit. Dazu dient das **Stefan-Boltzmann-Gesetz**

$$E_s(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad (2)$$

mit $E_s(T)$: spezifische Ausstrahlung

ε : Emissionsgrad (= 1 für einen Schwarzen Körper, < 1 sonst)

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Ein so genannter **Schwarzer Körper** ist dadurch gekennzeichnet, dass er auftreffende elektromagnetische Wellen vollständig absorbiert. Ein Schwarzer Körper muss aber keineswegs schwarz erscheinen, sondern kann selbst, abhängig von seiner Temperatur, elektromagnetische Wellen emittieren. Abbildung 1 zeigt, dass das Emissionsspektrum der Sonne weitgehend dem eines Schwarzen Körpers entspricht, d. h., dass die Sonne in guter Näherung als ein Schwarzer Körper angesehen werden kann und ungefähr den Emissionsgrad 1 besitzt. Die spezifische Ausstrahlung der Sonne ist damit

$$E_s(T) = \sigma T_{\text{sol}}^4. \quad (3)$$

Die Sonne ist nahezu kugelförmig mit dem Radius r_{sol} und gibt ihre Strahlung somit näherungsweise über die Oberfläche $4 \pi r_{\text{sol}}^2$ ab. Die von der Sonne insgesamt abgestrahlte Leistung ist

$$P_{\text{sol}} = E_s(T) \cdot 4 \pi r_{\text{sol}}^2. \quad (4)$$

¹ https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/archive/0/08/20150706140525%21Sonne_Strahlungsintensitaet.svg, ursprünglich hochladender Benutzer in der Wikipedia auf Deutsch: Degreeen, CC BY-SA 2.0 de, Änderung: Umwandlung in Graustufen.

2.2 Welche Leistung wird auf die Erde eingestrahlt?

Die von der Sonne emittierte Leistung wird allseitig abgestrahlt, d. h. verteilt sich im Bereich der Erdumlaufbahn auf die Fläche einer Kugelschale, deren Radius der mittlere Abstand r_{AE} zwischen Erde und Sonne ist. Diese Fläche beträgt $4 \pi r_{AE}^2$. Die mittlere Strahlungsleistung pro Flächeneinheit im Bereich der Erdumlaufbahn ergibt sich unter Verwendung der Gleichungen 3 und 4 zu

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{P_{sol}}{4 \pi r_{AE}^2} \\ &= \frac{E_s(T) \cdot 4 \pi r_{sol}^2}{4 \pi r_{AE}^2} \\ &= \frac{\sigma T_{sol}^4 r_{sol}^2}{r_{AE}^2} \\ &= \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} (5800 \text{ K})^4 (695700 \text{ km})^2}{(149600000 \text{ km})^2} \\ &= 1390 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Messungen ergeben den leicht abweichenden Wert $E_0 = 1370 \text{ W/m}^2$. Er wird auch als die **Solarkonstante** bezeichnet.

Von der Sonne aus gesehen ist die Erde eine Kreisscheibe des Radius r_E . Die auf die Erde eingestrahelte Leistung ist damit

$$P = E_0 \cdot \pi r_E^2. \quad (5)$$

2.3 Welche Leistung wird durch die Erde absorbiert?

Die auf die Erde treffenden elektromagnetischen Wellen werden zum Teil reflektiert. Daher ist ihre Oberfläche sichtbar - nicht etwa, weil sie selbst sichtbares Licht emittiert, sondern weil sie sichtbares Licht reflektiert. Der reflektierte Anteil beträgt rund 0,3 und wird auch als die **Albedo** der Erde bezeichnet. Die übrige einfallende Strahlung wird absorbiert. Dieser Anteil, der so genannte Absorptionsgrad α der Erde, beträgt folglich etwa 0,7. Als absorbierte Leistung ergibt sich

$$\begin{aligned} P_{abs} &= \alpha P \\ &= \alpha \cdot E_0 \cdot \pi r_E^2. \end{aligned} \quad (6)$$

2.4 Auf welche Temperatur erwärmt sich die Erdoberfläche?

Die absorbierte Energie erwärmt die Erdoberfläche. Ein Körper mit einer Temperatur $T > 0 \text{ K}$ emittiert seinerseits elektromagnetische Wellen. Mit der Zeit stellt sich ein thermisches Gleichgewicht ein, in dem pro Zeiteinheit ebenso viel Energie absorbiert wie emittiert wird bzw. in dem die absorbierte Leistung P_{abs} gleich der ausgestrahlten Leistung P_{em} ist.

Nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz ist die spezifische Ausstrahlung der Erde $\epsilon \sigma T^4$ (Gleichung 2) und die von der Erdoberfläche $4 \pi r_E^2$ allseitig abgestrahlte Leistung damit

$$P_{em} = \epsilon \sigma T^4 \cdot 4 \pi r_E^2. \quad (7)$$

Im Gegensatz zur Sonne ist die Erde nicht als Schwarzer Körper anzusehen, sodass ihr Emissionsgrad $\epsilon < 1$ ist. Nach dem **Kirchhoffschen Strahlungsgesetz** gilt, dass im thermischen Gleichgewicht Absorptionsgrad α und Emissionsgrad ϵ gleich sind. Formuliert man nun die Gleichung $P_{\text{abs}} = P_{\text{em}}$ bzw., mithilfe der Gleichungen 6 und 7,

$$\alpha \cdot E_0 \cdot \pi r_E^2 = \epsilon \sigma T^4 \cdot 4 \pi r_E^2,$$

so kann auf beiden Seiten der Gleichung durch den identischen Wert von α und ϵ und außerdem durch πr_E^2 dividiert werden. Die Oberflächentemperatur T der Erde ergibt sich dann zu

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{E_0}{4\sigma} \right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{1370 \text{ W m}^{-2}}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}} \right)^{1/4} \\ &= 279 \text{ K} \\ &= 6 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

3 Modellvalidierung

Nachdem ein Modell für ein System erstellt worden ist, muss geprüft werden, ob es dieses System zutreffend beschreibt. Das Modell wird, wie man sagt, validiert. Dazu werden vom Modell berechnete Ausgabegrößen mit entsprechenden Messwerten verglichen.

Das Energiebilanzmodell liefert als mittlere Oberflächentemperatur der Erde $6 \text{ }^\circ\text{C}$. Messungen belegen jedoch, dass das Temperaturmittel auf der vom Menschen bewohnten Oberfläche der Erde in Wirklichkeit deutlich höher liegt, bei etwa $15 \text{ }^\circ\text{C}$ ($= 288 \text{ K}$). Eine solche Abweichung zwischen Modellausgabe und Beobachtung weist darauf hin, dass das Modell falsch oder unvollständig ist.

Das Energiebilanzmodell ist, was seine physikalischen Prinzipien und Eingabedaten betrifft, nicht grundsätzlich falsch, aber es ist unvollständig. So ist im Modell nicht berücksichtigt, dass die Erde eine Atmosphäre besitzt.

Wendet man das Wiensche Verschiebungsgesetz (Gleichung 1) auf die Erde an, so ergibt sich, dass das Intensitätsmaximum der von der Erde emittierten Strahlung bei der Wellenlänge

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{max}} &= \frac{2898 \text{ } \mu\text{m K}}{288 \text{ K}} \\ &= 10 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

liegt. Dies ist Infrarotstrahlung. In der Erdatmosphäre gibt es aber Gase, die Infrarotstrahlung absorbieren, wie Wasserdampf und Kohlendioxid. Die Energieabgabe der Erde erfolgt also nicht so ungehindert, wie dies im Modell angenommen wird. Dadurch wird das thermische Gleichgewicht erst bei einer höheren Oberflächentemperatur als der berechneten erreicht. Dies ist der so genannte natürliche **Treibhauseffekt**. Die Existenz dieses Effektes und seine Entstehung sind seit dem 19. Jahrhundert bekannt.

Vom natürlichen ist der anthropogene Treibhauseffekt zu unterscheiden. Der Mensch reichert die Atmosphäre durch seine Aktivitäten zusätzlich mit Gasen wie Kohlendioxid und Methan an, die Infrarotstrahlung absorbieren. Das thermische Gleichgewicht wird dadurch gestört und die Erde erwärmt sich über das natürliche Maß hinaus.