

# Elektrische Kraft und elektrisches Feld

veröffentlicht im Internet unter [aufgabomat.de](http://aufgabomat.de)

Inhalte: elektrische Ladung, Ladungserhaltungssatz, Coulomb-Gesetz, Superpositionsprinzip, Ladungstrennung, elektrische Spannung, elektrische Feldstärke, Feldlinien, Elektrophorese

Gliederung:

1 Elektrische Kraft und Ladung .....	1
2 Ladungstrennung .....	2
3 Elektrisches Feld .....	3
3.1 Feld und Feldstärke .....	3
3.2 Elektrophorese .....	5

## 1 Elektrische Kraft und Ladung

Viele Körper (z. B. aus Kunststoff oder Glas) lassen sich auf einfache Weise – nämlich durch Reiben mit einem Tierfell oder einem Tuch – in einen Zustand versetzen, in dem sie eine Kraft aufeinander ausüben, die sehr viel stärker als die Gravitationskraft zwischen ihnen ist. Dieser Kraft hat man den Namen „**elektrische Kraft**“ gegeben. Körper, die eine elektrische Kraft aufeinander ausüben, werden als „**elektrisch geladen**“ bezeichnet.

Während die Gravitationskraft zwischen zwei Massen immer anziehend wirkt, können sich elektrisch geladene Körper sowohl anziehen als auch abstoßen. Deshalb unterscheidet man zwei unterschiedliche Arten elektrischer Ladung, „positive“ und „negative“ Ladung. **Gleichnamige Ladungen** (Ladungen mit gleichem Vorzeichen) stoßen sich ab, **ungleichnamige Ladungen** (Ladungen mit entgegengesetztem Vorzeichen) ziehen sich an.

Die Einheit der elektrischen Ladung wird zu Ehren des französischen Physikers Charles Augustin de Coulomb mit 1 C (**Coulomb**) bezeichnet. Genaue Messungen (→ Millikan-Versuch) zeigen, dass der Betrag der elektrischen Ladung immer ein ganzzahliges Vielfaches der **Elementarladung**  $e$  von rund  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C darstellt. Die elektrische Ladung ist also ebenso wie die Energie (→ Quantenmechanik) gequantelt. Ferner gilt auch für die elektrische Ladung ein Erhaltungssatz. Der **Ladungserhaltungssatz** besagt, dass die Ladung in einem abgeschlossenen System erhalten bleibt. Werden geladene Teilchen erzeugt (Beispiele: Ionisation, radioaktiver Zerfall) oder vernichtet, so sind daran immer gleichgroße Mengen positiver und negativer Ladung beteiligt.

Die elektrische Kraft zwischen zwei punktförmigen Körpern, welche die Ladungen  $q$  und  $Q$  tragen (zwischen den **Punktladungen**  $q$  und  $Q$ ), wirkt in Richtung ihrer Verbindungslinie. Der Betrag dieser Kraft, die auch als **Coulomb-Kraft** bezeichnet wird, ist proportional zu den beiden Ladungen und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Abstandes  $r$ :

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \quad (1)$$

(**Coulomb-Gesetz**).  $\epsilon_0$  ist die so genannte **Influenzkonstante**, deren Wert rund  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{J m})$  beträgt.

Die elektrische Kraft, die von räumlich ausgedehnten Ladungen ausgeht, kann mithilfe des **Superpositionsprinzips** berechnet werden. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass zur vollständigen Beschreibung der Kraft eine Richtungsinformation gehört. Man denkt sich, um das Superpositionsprinzip anzuwenden, die Ladungsverteilung in Punktladungen zerlegt, wendet auf jede dieser Punktladungen das Coulomb-Gesetz in seiner hier nicht gezeigten vektoriellen Form an und addiert abschließend die Vektoren der so ermittelten Teilkräfte, um den Vektor der Gesamtkraft zu bestimmen.

## 2 Ladungstrennung

Materie besteht zu einem großen Teil aus elektrisch geladenen Teilchen, aus positiv geladenen Protonen und negativ geladenen Elektronen. Wirkt ein Körper nach außen hin elektrisch neutral, dann deswegen, weil er vom Betrag her gleich große Mengen an positiver und negativer elektrischer Ladung enthält.

Im folgenden Gedankenexperiment sollen diese beiden Ladungsanteile getrennt werden. Der elektrisch neutrale Körper befinde sich an der Position  $r_1$ . Nun werde derjenige Anteil des Körpers, der die positive Ladung  $q$  trägt, vom negativ geladenen Anteil  $Q$  abgetrennt und an die Position  $r_2$  verschoben (Abbildung 1).

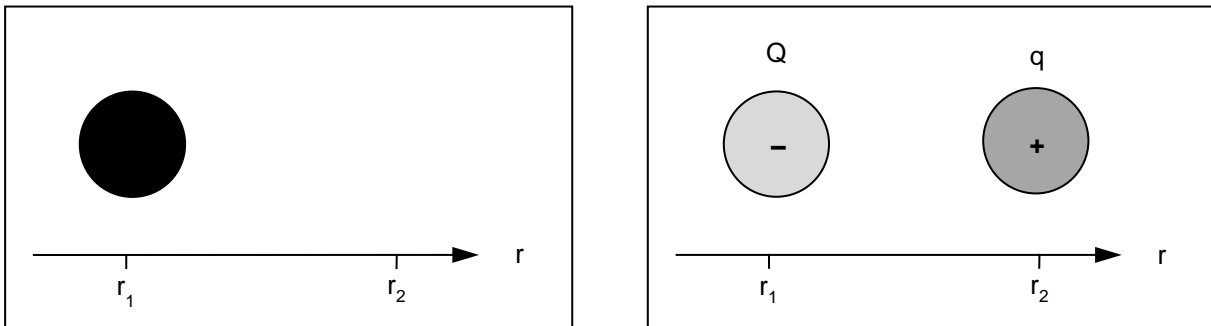


Abbildung 1: Auftrennung eines elektrisch neutralen Körpers in seinen positiven und negativen Ladungsanteil.

Gegen die anziehende Coulomb-Kraft zwischen den ungleichnamigen Ladungen muss zur Ladungstrennung Arbeit verrichtet werden. Bei der Berechnung dieser Verschiebungsarbeit ist zu beachten, dass sich die aufzuwendende Kraft über den Verschiebungsweg permanent ändert, denn die elektrische Kraft wird umso schwächer, je größer der Abstand zwischen den Ladungen ist. Daher kann die **Verschiebungsarbeit** nicht einfach als das Produkt Kraft  $\cdot$  Weg berechnet werden. Allgemein gilt: Wenn sich die verschiebende Kraft über den Verschiebungsweg ändert, ist die Verschiebungsarbeit zu berechnen als

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \, d\vec{r} .^1 \quad (2)$$

Darin werden Anfangs- und Endpunkt der Verschiebung durch Ortsvektoren  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  bezeichnet.

<sup>1</sup> Siehe beispielsweise Skript „Differential- und Integralrechnung, Teil 1: Beispiel Elektrizität“ unter [aufgabomat.de](http://aufgabomat.de).

Im vorliegenden Fall muss die verschiebende Kraft  $\vec{F}$  die Coulomb-Kraft  $\vec{F}_C$  kompensieren, d. h. vom Betrag her gleich groß, ihr aber entgegen gerichtet sein:  $\vec{F} = -\vec{F}_C$ .

$$W = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_C \, d\vec{r}$$

In Abbildung 1 ist die Coulomb-Kraft von rechts nach links gerichtet, der Verschiebungsweg wird aber entlang einer Achse gemessen, die von links nach rechts weist. Das Skalarprodukt  $\vec{F}_C \, d\vec{r}$  hinter dem Integralzeichen wird also von zwei Vektoren gebildet, zwischen denen ein Winkel von  $180^\circ$  liegt. Es ist daher  $\vec{F}_C \, d\vec{r} = F_C \, dr \cos(180^\circ) = -F_C \, dr$  und

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F_C \, dr$$

Setzt man hierin Gleichung 1 ein, ergibt sich

$$W = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} q Q \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} \, dr. \quad (3)$$

Dies ist die potenzielle Energie, die  $q$  bei der Ladungstrennung gewinnt. Ermöglicht man es den Ladungsträgern nun, sich frei zu bewegen, so werden sie aufgrund der anziehenden elektrischen Kraft aufeinander zu beschleunigt. Die potenzielle Energie, welche die Ladungsträger bei der Ladungstrennung gewonnen haben, wird in kinetische Energie umgewandelt.

Eine gerichtete Bewegung von Ladung im Raum wird als **elektrischer Strom** bezeichnet. Voraussetzung für einen elektrischen Strom ist, wie gesehen, eine vorherige Ladungstrennung. Als Maß für die Energie, die in den getrennten Ladungen enthalten ist, ist in der Elektrizitätslehre die so genannte elektrische **Spannung** gebräuchlich. Sie gibt die Energie pro Ladung an:

$$U = \frac{W}{q}. \quad (4)$$

Die Einheit der elektrischen Spannung ist  $[U] = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ V (Volt)}$ .

### 3 Elektrisches Feld

#### 3.1 Feld und Feldstärke

Befindet sich in einem Raum ein Körper, der eine elektrische Ladung  $Q$  trägt, so besitzt der Raum dadurch eine spezielle Eigenschaft: Andere elektrisch geladene Körper, die in diesen Raum eingebracht werden, erfahren eine Kraft. Der Raum ist Träger einer potenziellen Kraftwirkung. Diese Eigenschaft des Raums soll quantitativ beschrieben werden. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine Möglichkeit besteht darin, den Raum mit einer Probeladung  $q$  abzutasten. Trägt man an jedem Punkt des Raums die Kraft  $\vec{F}_C$  ein, welche die Probeladung erfährt, so ergibt sich ein Bild, das man als **Kraftfeld** bezeichnet.

Allerdings ist die Kraft in Betrag und Richtung von Betrag und Vorzeichen der Probeladung abhängig. Ändert sich die Probeladung  $q$ , so muss man auch die Darstellung des Kraftfeldes ändern. Die Eigenschaft des Raumes, die beschrieben werden soll, ist dagegen unabhängig von  $q$ . Sie existiert selbst dann, wenn gar keine weitere Ladung vorhanden ist. Um die gewünschte Unabhängigkeit von der Probeladung zu erzielen, muss  $\vec{F}_C$  durch  $q$  dividiert werden.

Beispiel:  $Q$  und  $q$  seien Punktladungen. Dann gilt

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$$

$$\frac{F_C}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung ist unabhängig von  $q$ .

Die resultierende Größe wird als **elektrische Feldstärke**  $\vec{E}$  bezeichnet:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{q}. \quad (5)$$

Die Einheit der elektrischen Feldstärke ist  $[\vec{E}] = 1 \text{ N/C}$ .

Die Richtung der Feldstärkevektoren wird als diejenige der Kraft auf eine positive Probeladung definiert. Trägt man an zahlreichen Punkten im Raum den Vektor der elektrischen Feldstärke ein, so erhält man ein Bild des **elektrischen Feldes**, das den betreffenden Raum erfüllt (Beispiel: Abbildung 2 links). Eine vereinfachte Darstellung des Feldes ist diejenige mithilfe von **Feldlinien** (Beispiel: Abbildung 2 rechts). Feldlinien werden so konstruiert, dass die Feldstärkevektoren tangential an ihnen anliegen. Die Feldlinien geben somit die lokale Richtung der Kraft auf eine positive Ladung wieder. Die Dichte der Feldlinien ist proportional zum Betrag der Kraft.

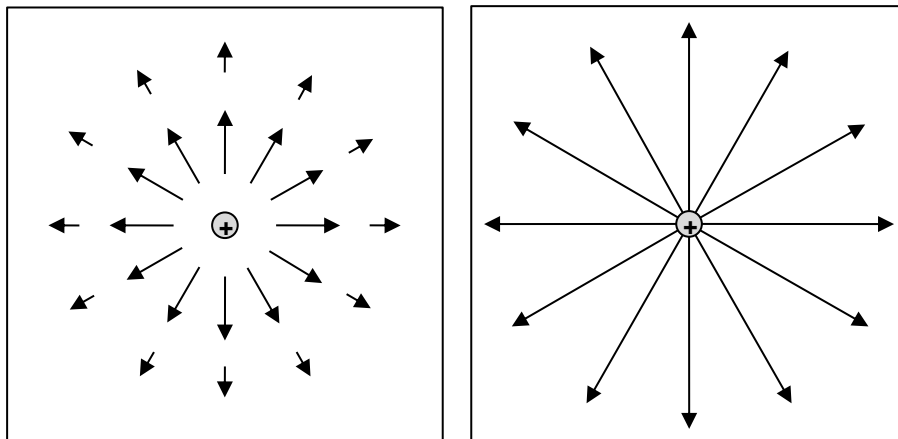


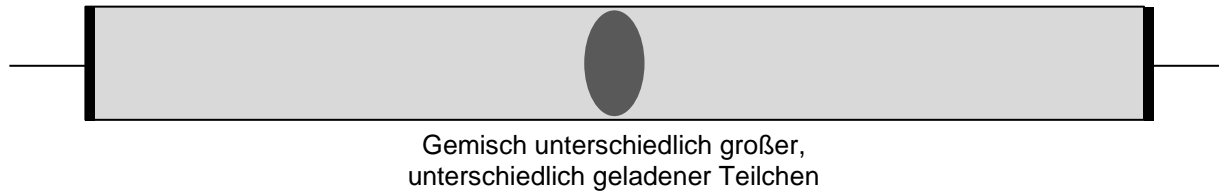
Abbildung 2: Skizze der Feldvektoren und Feldlinien um eine punktförmige positive Ladung.

Das elektrische Feld, das von mehreren Ladungen  $q_i$  erzeugt wird ( $i = 1, \dots, n$ ), ergibt sich als Summe der elektrischen Felder  $\vec{E}_i$  der Einzelladungen (**Superpositionsprinzip**):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (6)$$

### 3.2 Elektrophorese

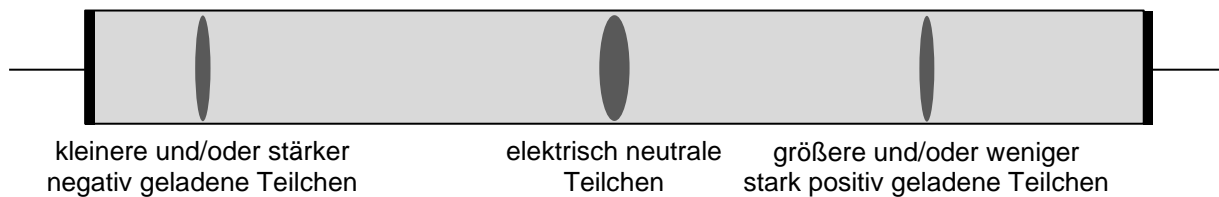
Die Elektrophorese ist ein physikalisches Verfahren, das dazu dient, Stoffgemische aufzutrennen. Die betreffende Substanz wird dazu auf einen Träger aufgebracht.



An den Träger wird über zwei Elektroden eine Spannung angelegt, so dass in dem Trägermaterial ein elektrisches Feld entsteht.



Durch die elektrische Kraft werden die elektrisch geladenen Bestandteile der Substanz beschleunigt. Je nach ihrer Ladung und Beweglichkeit bzw. Größe wandern sie in einer gegebenen Zeit unterschiedlich weit durch das Trägermaterial.



Die Stärke des elektrischen Feldes, in dem die Trennung stattfindet und das in der vorletzten Abbildung dargestellt ist, hängt von der angelegten Spannung ab. Angenommen ein einzelnes Elektron mit der Ladung  $e$  wird in diesem Feld von der linken zur rechten Elektrode verschoben. Das Feld ist homogen, d. h. das Feld weist überall dieselbe Stärke auf. Kennzeichnend ist dies an den parallel verlaufenden Feldlinien. Folglich ist die aufzuwendende Kraft über den gesamten Verschiebungsweg konstant. Der Betrag  $F$  dieser Kraft entspricht nach Gleichung 5 dem Produkt von Feldstärke und Ladung. Wird die Länge des Trägers mit  $L$  bezeichnet, so ergibt sich die Verschiebungsarbeit

$$\begin{aligned} W &= F L \\ &= E e L. \end{aligned}$$

Dies ist die potenzielle Energie, die das Elektron durch die Verschiebung gewinnt. Die elektrische Spannung ist definiert als Energie pro Ladung (Gleichung 4), bezogen auf das Elektron

$$\begin{aligned} U &= \frac{W}{e} \\ &= E L. \end{aligned}$$

Es folgt, dass der Betrag der elektrischen Feldstärke

$$E = \frac{U}{L} \tag{7}$$

ist. Damit lässt sich der Prozess der Stofftrennung rechnerisch beschreiben. Die geladenen Teilchen werden im elektrischen Feld kurz beschleunigt, bis sich ein Gleichgewicht zwischen der elektrischen Kraft und der Reibungskraft eingestellt hat, welche die Teilchen bei der Bewegung durch das Trägermaterial erfahren. Die elektrische Kraft ergibt sich als Produkt aus Feldstärke  $E$  und Ladung  $q$  der betreffenden Teilchen. Die Reibung kann in der Regel näherungsweise durch die Stokes-Kraft  $F_R = 6 \pi \eta r v$  beschrieben werden ( $\eta$ : Viskosität,  $r$ : Teilchenradius,  $v$ : Betrag der Teilchengeschwindigkeit). Im Kräftegleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} E q &= 6 \pi \eta r v \\ \frac{U}{L} q &= 6 \pi \eta r v \\ &= 6 \pi \eta r s/t \end{aligned}$$

wobei  $s$  die Strecke ist, welche die Teilchen in der Zeit  $t$  zurücklegen.

Übungsaufgaben finden sich beispielsweise unter der Internet-Adresse [aufgabomat.de](http://aufgabomat.de) in der Rubrik Physik.